



Tentamen i MATEMATIK III: Sannolikhetslära och statistik (419103) 30.1.2008

Tillåtna hjälpmedel: Språklexikon, Kalkylator, Konstantsamlingen (TEFYMA el. dyl.), Pentikäinen: *Matematiikan kaavoja*, Spiegel: *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*, Gustafsson: *Ingenjörsmatematisk formelsamling* och *Periodiska systemet*.

Obs! **Kompendiet får inte medtas till tentamen**, däremot bör man ta med *Ingenjörsmatematisk formelsamling*, 3:e eller senare upplaga, eller åtminstone kap. 17 – 19 därur.

1. En stokastisk variabel X har fördelningsfunktionen

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{om } x < 0 \\ x^3 & \text{om } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{om } x > 1 \end{cases}$$

Beräkna den stokastiska variabelns väntevärde och varians.

2. En maskin gör tabletter, vars vikter kommer att vara normalfördelade stokastiska variabler med väntevärdet 1,05 g och standardavvikelsen 0,10 g. Tabletterna förpackas i satser om 50 tabletter. Vilken är sannolikheten att en förpackning innehåller mindre än 50 g av ämnet ifråga?

3. En viss typ av motsånd har resistanser som kan uppfattas som oberoende stokastiska variabler med täthetsfunktionen

$$f_X(x) = \begin{cases} 0,1 & \text{för } 100 \Omega < x < 110 \Omega \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Man seriekopplar 400 sådana motstånd. Beräkna sannolikheten för att den så erhållna resistansen, vilken är summan av de 400 motståndens resistanser, överstiger 41900 Ω .

4. Vid massproduktion av en vara erhåller produkten ett produktionsfel med sannolikheten 0,0002. Produktionsfelen uppkommer slumpvis oberoende av varandra. Produkten förpackas i lådor om 500 produkter.

- Vilken är sannolikheten att alla produkter i en slumpvis uttagen förpackning är felfria?
- Vilken är sannolikheten att det i en dags produktion, som består av 1000 lådor, finns flera än 100 lådor som innehåller en eller flera felaktiga produkter?

Eventuella approximationer i lösningen bör redogöras för och motiveras.

5. Långtidsundersökning av en procesström har visat att halten av en substans i uttagna prover varierar slumpmässigt och är normalfördelad med medelvärdet 446 g/l och standardavvikelsen 47 g/l. Efter en förändring i en annan del av anläggningen frågar man sig om denna förändring har påverkat den aktuella procesströmmen. Man har tillgång till följande stickprov, som tagits efter förändringen:

394 438 416 460 368 476 423 366 g/l.

Kan man på basen av dessa stickprovsdata på signifikansnivån 0,10 påstå att procesströmmen har förändrats med avseende på medelvärde och/eller standardavvikelse?