



Tentamen i MATEMATIK III: Sannolikhetslära och statistik (419103) 31.1.2007

Tillåtna hjälpmedel: Språklexikon, Kalkylator, Konstantsamlingen (TEFYMA el. dyl.), Pentikäinen: *Matematiikan kaavoja*, Spiegel: *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*, Gustafsson: *Ingenjörsmatematisk formelsamling* och Periodiska systemet.

Obs! **Kompendiet får inte medtas till tentamen**, däremot bör man ta med *Ingenjörsmatematisk formelsamling*, 3:e eller senare upplaga, eller åtminstone kap. 17 – 20 därur (kap. 16 – 19 i 3:e – 5:e upplagan).

1. En kontinuerlig stokastisk variabel X har täthetsfunktionen

$$f_X(x) = \begin{cases} cx^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Bestäm konstanten c samt fördelningens väntevärde och median.

2. Massan av en enhet av en massproducerad produkt är en normalfördelad stokastisk variabel med standardavvikelsen 0,74 g. Olika enheters massa är oberoende av varandra. Produkten förpackas i förpackningar om 10 enheter. Kunden kräver att varje förpackning måste innehålla minst 500 g av produkten. Vilken är sannolikheten att en slumpvis uttagen förpackning inte uppfyller detta krav om produktionen utförs så att väntevärdet för enhetens massa är 50,8 g?

3. En tidningsförsäljare har i grundlön 20 €/dag. Varje dag får hon 200 tidningar, som var och en blir såld med sannolikheten 0,8, oberoende av varandra. För varje tidning tjänar hon 0,2 €.
- a) Vad är väntevärdet och variansen för tidningsförsäljarens sammanlagda lön per dag?
- b) Vilken är sannolikheten att lönen en viss dag är mindre än 50 €? Ange vilken fördelning du använder för att beräkna sannolikheten och motivera varför du använder denna fördelning.

4. I samband med en trafikomläggning ville staden undersöka hur mycket arbetsresorna förkortades. Man bad därför 12 personer registrera restiderna en viss dag före omläggningen och en viss dag efter omläggningen. Resultatet ses i tabellen till höger. Antag att observationerna är oberoende och att trafikförhållandena för övrigt är identiska de bägge dagarna.

Person	Restid (min)	
	Före	Efter
1	20	18
2	25	23
3	26	26
4	22	18
5	24	26
6	48	44
7	52	51
8	27	26
9	28	22
10	12	11
11	28	29
12	31	31

- a) Bestäm ett konfidensintervall med konfidensgraden 0,95 för den genomsnittliga tidsvinsten Δ .
- b) Planeringskontoret hade som prognos att omläggningen skulle minska den genomsnittliga restiden med 3 minuter. Testa hypotesen

$$\begin{aligned} H_0 : \Delta &= 3 \text{ min} \\ \text{mot} \quad H_1 : \Delta &\neq 3 \text{ min} \end{aligned}$$

på signifikansnivån 0,05.

5. En produktionsenhet har anskaffat ett automatiskt analysystem för analys av en produkt. För att undersöka tillförlitligheten användes analysatorn under en tid parallellt med det gamla systemet med manuella laboratorieanalyser. Under försökstiden gjordes 7 manuella analyser och 18 automatiska analyser med följande resultat:

Manuella analyser: medelvärde: 2,8871 standardavvikelse: 0,3227
Automatiska analyser: medelvärde: 2,6902 standardavvikelse: 0,2585.

Pröva följande hypoteser på signifikansnivån 0,05:

- a) Det automatiska analysystemet har en mindre standardavvikelse än det manuella.
b) Det automatiska analysystemet ger systematiskt ett lägre värde än det manuella.