



Tentamen i MATEMATIK III: Sannolikhetslära och statistik (3023) 1.2.2006

Tillåtna hjälpmedel: Kalkylator, Konstantsamlingen (TEFYMA el. dyl.), Pentikäinen: *Matematiikan kaavoja*, Spiegel: *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*, Gustafsson: *Ingenjörsmatematisk formelsamling* och Periodiska systemet.

Obs! **Kompeditet får inte medtas till tentamen**, däremot bör man ta med *Ingenjörsmatematisk formelsamling*, 3:e eller senare upplaga, eller åtminstone kap. 16 – 19 ur 3:e, 4:e eller 5:e upplagan (kap. 17 – 20 i 6:e upplagan).

1. En stokastisk variabel X har täthetsfunktionen $f_X(x) = cx^3$ för $0 \leq x \leq 1$, $f_X(x) = 0$ för övriga x . Vilket värde måste c ha? Bestäm sedan den stokastiska variabelns median samt α -kvantilen för $\alpha = 0,05$.
2. I ett företag tillverkas komponenter, som senare i produktionen placeras 5 i rad i en produkt. Längden av varje komponent är en stokastisk variabel, som är normalfördelad med väntevärdet 1 cm och standardavvikelsen σ . Längderna hos olika komponenter är oberoende av varandra. Standardavvikelsen σ är ett mått på tillverkningsprecisionen. Toleranskravet är att den sammanlagda längden av de 5 komponenterna ligger inom intervallet $(5 \pm 0,05)$ cm med sannolikheten 0,999.
Hur stor får standardavvikelsen σ högst vara för att att toleranskravet skall uppfyllas?
3. En viss typ av mikroretsar levereras i partier om 1000 enheter. Antag att varje krets i partiet är defekt med sannolikheten 0,015 oberoende av andra kretsar. Vid omsättning genererar försäljning av en hel krets en nettovinst på 0,2 €, medan en defekt krets medför en nettoförlust på 2 €.
 - a) Låt Y beskriva vinsten då partiet omsätts. Bestäm väntevärdet och standardavvikelsen för Y .
 - b) Bestäm sannolikheten att omsättningsvinsten överstiger 150 €. Motivera eventuella approximationer.

4. Vid testning av en naturgaseldad villapanna ville man undersöka om pannan märkbart ökar halten av kväveoxider (NO_x) i luften i närheten av villan. NO_x -halten varierade även annars märkbart p.g.a varierande biltrafik och andra varierande NO_x -producenter. Man mätte NO_x -halten i luften söder och norr om villan vid 9 olika tillfällen, då det vid samtliga tillfällen blåste en sydlig vind. Resultatet ges i tabellen till höger.
Man antar att NO_x -halten söder om villan vid mät-tillfälle k beskrivs av $N(\mu_k, \sigma_1)$ och norr om villan av $N(\mu_k + \Delta, \sigma_2)$. Δ anses beskriva bidraget från villapannan.

Tillfälle k	NO_x -halt söder (ppm)	NO_x -halt norr (ppm)
1	0,0230	0,0271
2	0,0122	0,0099
3	0,0331	0,0474
4	0,0369	0,0186
5	0,0250	0,0684
6	0,0592	0,0469
7	0,0288	0,0502
8	0,0381	0,0515
9	0,0270	0,0120

- a) Gör en punktskattning av Δ utgående från mätningarna i tabellen.
- b) Kan man med mätningarna signifikant påvisa att villapannan ökar NO_x -halten i luften?
Gör en hypotesprövning för att motivera svaret.

5. En produktionsenhet har anskaffat ett automatiskt analyssystem för analys av en produkt. För att undersöka tillförlitligheten användes analysatorn under en tid parallellt med det gamla systemet med manuella laboratorieanalyser. Under försökstiden gjordes 7 manuella analyser och 18 automatiska analyser med följande resultat:

Manuella analyser: medelvärde: 2,8871 standardavvikelse: 0,3227

Automatiska analyser: medelvärde: 2,6902 standardavvikelse: 0,2585.

Pröva följande hypoteser på signifikansnivån 0,05:

- a) Det automatiska analyssystemet har en mindre standardavvikelse än det manuella.
- b) Det automatiska analyssystemet ger systematiskt ett lägre värde än det manuella.